УДК 556.51 EDN: AWPNZW

***Долгих В. П., Рыбалка С. В., Боблева И. С.**
Донбасский государственный технический университет
**E-mail: geoecolab@dstu.education*

КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОДНОГО РЕЖИМА РЕК И ВОДОХРАНИЛИЩ МЕТОДОМ БРАУНА

Для описания краткосрочного прогнозирования водного режима рек и водохранилищ Донбасса предложена модель Брауна, которая на основании малого количества наблюдений дает приемлемый для математических расчетов прогноз параметров временного ряда. Для рассмотренной линейной интерполяции зависимости изменения уровня шахтных вод от величины шахтного водоотлива были выбраны значения коэффициента сглаживания равные 0 и 0,25. Предложенная модель Брауна с указанными коэффициентами сглаживания обладает минимальной погрешностью прогнозирования (7÷19 %), рассчитанной для последних точек ряда.

***Ключевые слова:** речной сток, водный режим, временной ряд, математическое моделирование, прогнозирование стока, метод скользящей средней.*

***Финансирование:** Исследования выполнены за счет средств федерального бюджета (код темы: FRRU-2024-0004 в ЕГИСУ НИОКТР).*

Постановка проблемы, обоснование ее актуальности. Современные схемы получения прогнозных характеристик водного режима рек и водохранилищ должны обладать необходимым уровнем точности и заблаговременности [1]. Как известно, заблаговременность выполнения прогноза определяется разностью между сроком, к которому рассматриваемая характеристика может быть определена (часы, сутки, месяц, сезон, квартал), и периодом составления самого прогноза. На ее выбор влияет время, необходимое для принятия мер по использованию водных ресурсов и обеспечению требуемого уровня защиты от опасных проявлений водного режима. Для небольших населенных пунктов актуальным может быть период в несколько часов, что позволит минимизировать потери при объявлении затопления. Использование комплексных водохозяйственных систем, которые располагают статистическими материалами наблюдения, позволит своевременно выполнить работы по регулированию водного режима рек и водохранилищ [2–4].

К тому же остается открытым вопрос, касающийся точности прогнозирования водного режима рек и водохранилищ. Сезонные, квартальные и месячные величины прогноза должны строиться на основании достаточной гидрометеорологической изученности водосборов и предлагать оценку ситуации за любой период времени [5, 6].

К традиционным методам прогнозирования временных рядов, которые получили наибольшее распространение при прогнозировании водного режима рек и водохранилищ, относятся трендовые регрессионные модели [7]. Линейные и нелинейные интерполяции определяются согласно накопленной статистической базе. Далее главные тренды (тенденции) экстраполируются на выбранный период времени. К главным условиям, которые влияют на применимость трендовых моделей при прогнозировании временных рядов, относятся:

– независимость значений;
– стационарность;
– наличие ранее накопленной статистики.

При рассмотрении временных рядов природных процессов, которые зачастую являются быстропротекающими, имеет место небольшое количество статистических данных. При этом часто наблюдается нестационарность и персистентность (сохранение состояния объекта в течение длительного времени). Особенностью рассматриваемых процессов является наличие «тяжелых хвостов», т. е. появление участка, находящегося, как правило, справа и вне известного закона распределения (чаще всего экспоненциального), получаемого на основании статистической обработки заданного временного ряда [8]. При этом наблюдаются отклонения значений временного ряда от математического ожидания более, чем на три среднеквадратических отклонения (правило трех сигм или 3σ). Из теории вероятностей и статистики известно, что среднеквадратическое отклонение (СКО) является распространённым показателем рассеивания значений случайной величины относительно её математического ожидания. Согласно правилу трех сигм в пределах одного СКО лежит 68,26 % значений, в пределах двух СКО — 95,44 %, а в пределах трех — 99,72 %. Это означает, что вероятность того, что случайная величина временного ряда примет значение, отклоняющееся от математического ожидания больше чем на три СКО, не превышает 0,28 %.

При рассмотрении распределения временного ряда с тяжелыми хвостами построение линейной или нелинейной регрессионной модели наблюдается неприемлемая ошибка прогнозирования. На рисунке 1 приведен пример графика линейной интерполяции зависимости изменения уровня шахтных вод от величины шахтного водоотлива [9], где: сплошная ломаная линия — значения временного ряда; жирная пунктирная линия посередине — линейный тренд, который имеет аналитическую зависимость $\hat{H} = -218,68 + 0,04Q$; верхняя пунктирная прямая линия — $\hat{H} + 3\sigma$; нижняя пунктирная линия — $\hat{H} - 3\sigma$.

Как видно из рисунка 1, правило 3σ не выполняется для нескольких точек сверху и снизу. Следовательно, можно сделать вывод, что для прогнозирования краткосрочных временных рядов, которые обладают свойствами нестационарности и персистентности, трендовые регрессионные модели дают неприемлемую ошибку и ограничивают возможность их применения на практике.

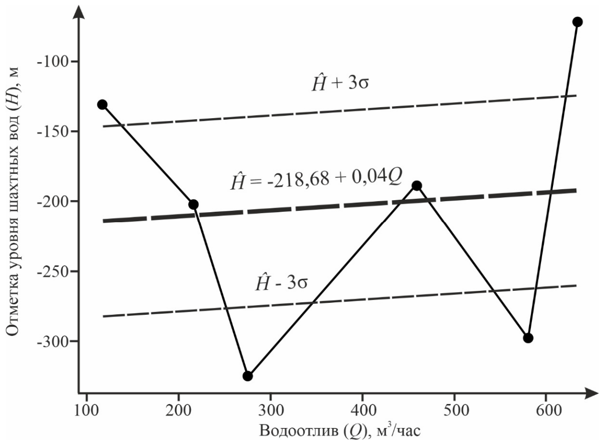


Рисунок 1 — Линейная интерполяция временного ряда и проверка выполнения правила 3σ

В связи с этим ***целью*** настоящей работы является установление возможностей применения модели Брауна для описания краткосрочного прогнозирования водного режима рек и водохранилищ Донбасса.

Объект исследования — быстротечные процессы изменения водного режима рек и водохранилищ, которые характеризуются нестационарностью и персистентностью.

Предмет исследования — количественные значения спрогнозированного гидрологического ряда, характеризующие возможность его использования в дальнейших гидрологических расчетах.

Задачи исследования:

– анализ известных математических подходов, которые используются для краткосрочного прогнозирования временных рядов;

– установление значений спрогнозированного временного ряда, полученного с помощью модели Брауна и с учетом малого количества наблюдений.

Методы исследования. В качестве математического инструментария, подходящего для анализа и прогнозирования нестационарных персистентных временных рядов, могут быть использованы методы теории детерминированного хаоса. В работе [10] предложена методика поведения сложной динамической системы, которая функционирует в режиме динамического хаоса. Данная методика включает следующие этапы:

1. Построение фазового портрета системы и восстановление аттрактора, т. е. восстановление моделируемой системы согласно экспериментальному временному ряду. При этом рассматривается полученный в результате эксперимента временной ряд с равномерным изменением точек отсчета, рассчитываемым по формуле:

$$t = \Delta t \cdot k\,, \tag{1}$$

где Δt — длительность экспериментальной реализации, k — номер точки.

Система в n-мерном пространстве характеризуется фазовым портретом с определенной последовательностью точек, которые определяются по формуле:

$$\begin{gathered} x_k = (s_k, s_{k+\tau} \ldots s_{k+(n-1)\tau}), \\ k \in [0, m-1],\ m = M - (n-1)\tau, \end{gathered} \tag{2}$$

где m — временная задержка, n — размерность вложения.

Чтобы восстановить аттрактор, необходимо правильно подобрать временную задержку m. Можно выделить следующие способы ее определения:

– на основании автокорреляционной функции (m равняется времени первого пересечения с нулем);

– на основании преобразования Фурье (при обнаружении в спектре мощности кратных пиков m выбирается равной четверти периода самой высокой из доминирующих частот);

– на основании расчета показателя Херста (если показатель Херста находится в пределах от 0,5 до 1,0, то процесс считается персистентным примерно в продолжении m). Данный показатель определяется в терминах асимптотического поведения масштабированного диапазона как функции отрезка времени временного ряда.

2. Выполняется расчет стохастических характеристик аттракторов, находящихся в режиме динамического хаоса. При этом определяются характеристики: корреляционная размерность аттрактора D_2 и корреляционная энтропия K_2.

В случае, когда аттрактор D_2 конечен, то рассматриваемый временной ряд описывается конечномерной системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ). Для прогнозирования достаточно представить полученные ДУ в явном виде.

Для определения корреляционной размерности следует рассмотреть корреляционный интеграл, который представляется следующим образом:

$$\begin{gathered} C(r) = \frac{1}{m(m-1)/2} \times \\ \times \sum_{i=0}^{m-2} \sum_{j=i+1}^{m-1} \theta(r - \rho(x_i, x_j)), \end{gathered} \tag{3}$$

где θ — функция Хевисайда, ρ — расстояние между точками в n-мерном фазовом пространстве, n — число точек x_i на аттракторе.

Если $C(r) \sim r^{D_2}$, то D_2 является корреляционной размерностью аттрактора. Значение D_2, чаще всего, находят по результатам построения графика зависимости $\ln C(r)$ от $\ln r$. Для этого вычисляют значение D_{2k} для различных k, начиная с $k = 1$. Начиная с некоторого номера, величина D_{2k}, т. е. характерный наклон графика зависимости $\ln C(r)$ от $\ln r$, перестает возрастать с увеличением k. Значение k дает размерность вложения аттрактора, а предельный тангенс угла наклона — корреляционную размерность D_2 рассматриваемого аттрактора.

При рассмотрении хаотичной системы следует отметить, что характерное время, которое определяет продолжительность поведения системы, обратно пропорционально энтропии Колмогорова. Значение энтропии принято считать количественной характеристикой классов функций. Она определяет меру сложности функции, минимальное количество знаков, необходимое для задания рассматриваемой функции с необходимой точностью. При вычислении корреляционной энтропии K_2

необходимо определить корреляционный интеграл. Формула зависимости корреляционной энтропии от расстояния r и размерности фазового пространства n представлена ниже:

$$C(r,n) \sim r^{D_2} e^{-nK_2}, \tag{4}$$

$$K_2(r,n) = \ln \frac{C(r,n)}{C(r,n+1)}. \tag{5}$$

3. Прогнозирование поведения всей системы. На этом этапе предполагается взаимосвязь показателей Ляпунова с энтропией Колмогорова. Для одномерного случая она равна единственному положительному показателю Ляпунова, что дает основания применять последний в качестве меры предсказуемости поведения хаотической системы, которая обладает непериодичностью, затухающей корреляцией, положительной энтропией или другими признаками хаоса. Процесс расчета максимального характеристического показателя Ляпунова начинается с выбора произвольной стартовой точки, которая определяется по формуле:

$$\{x(t_0), x(t_0+1), \ldots x(t_0+[n-1]t)\}. \tag{6}$$

Движение данной точки отслеживается по фазовому пространству. Далее определяется точка, которая находится наиболее близко к стартовой. Расстояние между ними обозначается как $L(t_0)$. По прошествии некоторого времени t_1 при движении выделенной пары точек по аттрактору расстояние между ними примет значение $L'(t_1)$. После чего находят точку, которая удовлетворяет следующему критерию: расстояние $L(t_1)$ и угловое отклонение φ_1 между точками являются минимальными. Это является основанием для подстановки ее вместо второй точки в паре. Данную процедуру повторяют до тех пор, пока не будут выбраны и просчитаны все значения из анализируемого временного ряда. Полученные результаты используются при определении максимального характеристического показателя Ляпунова:

$$\lambda \frac{1}{t_{\text{м}} - t_0} \sum_{k=1}^{M} \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1}) \max}, \tag{7}$$

где M — общее число шагов.

Полученная оценка λ_{max} (итерация) переводится в размерную величину (секунда) путем деления ее на время между шагами при замене точек.

Описанная методика анализа и прогнозирования поведения динамической системы в режиме динамического хаоса обладает рядом положительных особенностей, но требует повышенного внимания к количеству точек в фазовом пространстве. В случае их недостаточности восстановление аттрактора будет происходить с погрешностью.

К современным формализованным методам прогнозирования коротких временных рядов, которые свойственны водному режиму рек и водохранилищ, относятся адаптивные модели [11]. Их главное достоинство — способность перестраивать математическую структуру и взаимосвязь между переменными к изменению исходных данных. Классические адаптивные модели прогнозирования подразделяются на два вида: скользящая средняя (СС-модели) и авторегрессия (АР-модели). В первой схеме в качестве оценки текущего значения выступает взвешенное среднее всех предшествующих значений. Значения весов при последовательном наблюдении уменьшаются по мере удаления от последнего отсчета. При этом принимается, что чем они ближе к концу интервала наблюдения, тем большей информационной ценностью обладают. Такие модели получили широкое распространение по причине оперативного регулирования при изменениях, происходящих в общем тренде, однако в чистом виде не позволяют учитывать колебания параметров.

Реакция на ошибку производимого прогноза и распределение уровней временного ряда в моделях, в основе которых лежит схема СС-модели, находится с помощью среднего взвешенного коэффициента сглаживания (адаптации) α. Его величина находится в пределах от нуля до единицы. В АР-модели в качестве оценки текущего значения выступает взвешенная сумма нескольких ранее полученных значений. Сами же весовые коэффициенты считаются неранжированными. В этом случае играет роль теснота связи между ними, а не их близость к моделируемому уровню. Представленные модели различаются по применению: скользящая средняя наиболее пригодна для нестационарных процессов со свойством персистентности, а авторегрессия — для стационарных колебательных процессов [12].

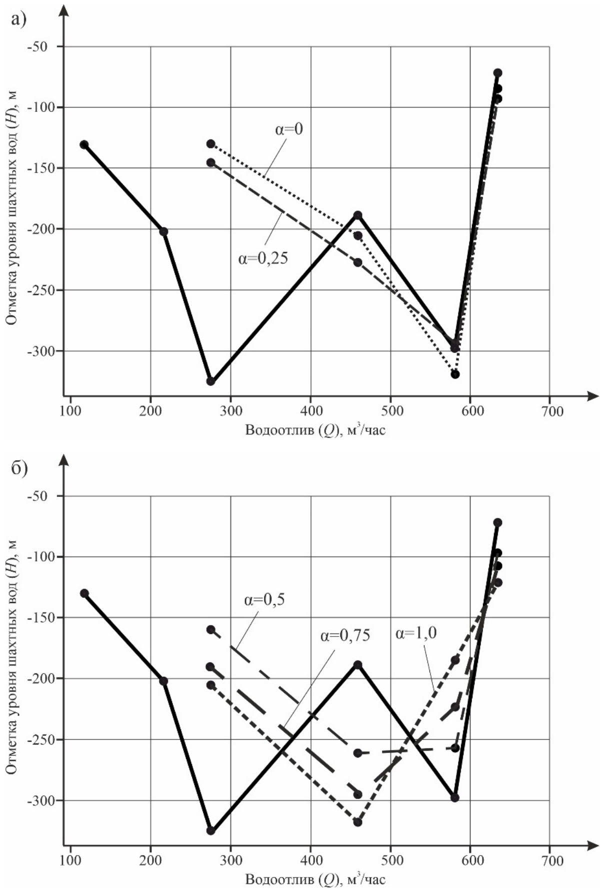
В моделях, в которых используется скользящая средняя, за основополагающую принимается модель Брауна. Ее интерпретация записывается следующим образом:

$$\hat{x}_{n+1} = \alpha x_n + (1-\alpha)x_{n-1}. \quad (8)$$

Прогнозное значение $\hat{x}_{n+1}$ определяется с учетом среднего взвешенного коэффициента сглаживания.

На рисунке 2 приведены результаты прогнозирования временного ряда, представленного ранее на рисунке 1, методом Брауна. Зависимости построены с использованием различных значений среднего взвешенного коэффициента сглаживания, находящегося в пределах от нуля до единицы. Для проверки наименьшей погрешности с исходным временным рядом выбран шаг дискредитации α равный 0,25. Черная жирная ломаная линия представляет собой исходный временной ряд.

Из рисунка 2 видно, что для временного ряда прогнозная линия, полученная согласно методу Брауна, повторяет общую тенденцию исходного временного ряда. Минимальная средняя ошибка прогнозирования по последним трем точкам для случаев α = 0 и α = 0,25 находится в пределах 7÷19 %. Дальнейшее увеличение коэффициента сглаживания приводит к росту ошибки и снижению точности прогноза до 63 % при α = 1,0.



а) коэффициент сглаживания α равен 0 и 0,25;
б) коэффициент сглаживания α равен 0,5, 0,75 и 1

Рисунок 2 — Прогнозирование временного ряда методом Брауна

Выводы и направление дальнейших исследований. В прогностических моделях, которые строятся согласно теории о скользящей средней, может быть использована модель Брауна. Ее применение оправдывается при прогнозировании быстропротекающих природных процессов, которые характеризуются небольшим диапазоном наблюдений. Для рассмотренной линейной интерполяции зависимости изменения уровня шахтных вод от величины шахтного водоотлива подходящими были выбраны значения коэффициента сглаживания α = 0 и α = 0,25, что нашло свое подтверждение в минимальной погрешности прогнозирования (7÷19 %) по последним точкам ряда.

При использовании модели Брауна следует обращать внимание на выбор подходящего диапазона изменения коэффициента сглаживания, а также на точность экспериментального подбора данного коэффициента. Более надежный прогноз с увеличенным временным диапазоном наблюдений позволит своевременно подготовить силы и средства для предотвращения или минимизации последствий природных явлений.

Список источников

1. Стреблянская Н. В., Копытов В. В., Тебуева Ф. Б. Оценка риска наступления чрезвычайной ситуации гидрологического характера // Перспективы науки. 2016. № 6 (81). С. 18–21.

2. Руководство по гидрологическим прогнозам. Вып. 2. Краткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках. Л. : Гидрометеоиздат, 1989. 245 с.

3. Георгиевский Ю. М. Краткосрочные гидрологические прогнозы. М. : ЛПИ, 1982. 100 с.

4. Симонов Ю. А. Прогнозирование стока рек России: научно-методические основы и практическая реализация диссертация : автореф. дис. ... д-ра геогр. наук. М., 2023. 45 с.

5. Краткосрочное прогнозирование стока рек Черноморского побережья Кавказа / П. А. Белякова, С. В. Борщ, А. В. Христофоров, Н. М. Юмина // Труды Гидрометеорологического научно-исследовательского центра Российской Федерации. 2013. Вып. 349. С. 122–141.

6. Краткосрочный прогноз притока воды в Бурейское водохранилище на основе модели ECOMAG с использованием метеорологических прогнозов / Мотовилов Ю. Г. [и др.] // Водное хозяйство России. 2017. № 1. С. 78–102.

7. Гибридные модели прогнозирования коротких временных рядов / А. Н. Пылькин, Л. А. Демидова, С. В. Скворцов, Т. С. Скворцова. М. : Горячая линия — Телеком, 2012. 206 с.

8. Мандель А. С. Метод аналогов в прогнозировании коротких временных рядов: экспертно-статистический подход // Автоматика и телемеханика. 2004. № 1. С. 143–152.

9. Оценка фактического состояния и развития водного баланса территорий горных отводов гидрозащитных (ликвидируемых) шахт Краснолучского ТГК («Хрустальская», им. Газеты «Известия», «Краснолучская», «Краснокутская», «Княгининская», «Центральная») с учетом возможности использования шахтных вод для хозяйственных нужд с разработкой оптимальной схемы расположения водоотливных систем : отчет о НИР (закл.). В 2-х книгах. Книга 1 / исполн. : Рыбникова Л. С. Екатеринбург, 2020. 268 с.

10. Лебедева И. В. Моделирование нелинейных экономических систем с помощью динамических рядов // Современные наукоемкие технологии. 2009. № 4 С. 69–70.

11. Лукашин Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. М. : Финансы и статистика, 2003. 416 с.

12. Орлов Ю. Н. Кинетические методы исследования нестационарных временных рядов. М. : МФТИ, 2014. 217с.

Рекомендована к печати к.т.н., доц. каф. ММК ФГБОУ ВО «ДонГТУ» Козачишеным В. А., начальником службы экологической безопасности и производственной санитарии управления охраны труда и промышленной безопасности ЮГМК Красноносом Н. Н.

Статья поступила в редакцию 22.05.2024.

Сведения об авторах

Долгих Виталий Павлович, *канд. техн. наук, руководитель Молодежной научно-исследовательской лаборатории геоэкологии и прикладной химии*
Донбасский государственный технический университет,
г. Алчевск, Россия,
e-mail: geoecolab@dstu.education

Рыбалка Светлана Викторовна, *зав. лабораторией Молодежной научно-исследовательской лаборатории геоэкологии и прикладной химии*
Донбасский государственный технический университет,
г. Алчевск, Россия

Боблева Инесса Сергеевна, *инженер Молодежной научно-исследовательской лаборатории геоэкологии и прикладной химии*
Донбасский государственный технический университет,
г. Алчевск, Россия

***Dolgikh V. P., Rybalka S. V., Bobleva I. S.** *(Donbass State Technical University, Alchevsk, Russia,*
**e-mail: geoecolab@dstu.education)*

SHORT-TERM FORECASTING OF THE WATER REGIME OF RIVERS AND RESERVOIRS USING THE BROWN METHOD

To describe the short-term water regime forecasting of the rivers and reservoirs of the Donbass, the Brown model is proposed, which, based on a small number of observations, gives a forecast of the time series parameters acceptable for mathematical calculations. For the considered linear interpolation of the change dependence in the level of mine waters on the value of mine drainage, the smoothing coefficient values of 0 and 0.25 were chosen. The proposed Brown model with the specified smoothing coefficients has a minimum forecasting error (7 ÷ 19 %), calculated for the last points of the series.

Keywords: *river runoff, water regime, time series, mathematical modeling, runoff forecasting, moving average method.*

Funding: *the research was carried out at the expense of the federal budget (subject code: FRRU-2024-0004 in the USISU of R&D).*

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Dolgikh Vitaliy Pavlovich, *PhD,* *Head of Youth Research Laboratory of Geoecology and Applied Chemistry*
Donbass State Technical University,
Alchevsk, Russia,
e-mail: geoecolab@dstu.education

Rybalka Svetlana Viktorovna, *Manager of Youth Research Laboratory of Geoecology and Applied Chemistry*
Donbass State Technical University,
Alchevsk, Russia

Bobleva Inessa Sergeevna, *Engineer, Youth Research Laboratory of Geoecology and Applied Chemistry*
Donbass State Technical University,
Alchevsk, Russia